

การวิเคราะห์ความผันแปรในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1:  
กรณีศึกษาในหัวข้อเรื่องความรู้สึกเชิงจำนวน

An Analysis of Variation in a First Grade Mathematics Textbook:  
A Case Study in a Topic of Number Sense

ลือชา ลดาชาติ<sup>1\*</sup> และ ลฎาภา ลดาชาติ<sup>2</sup>

Luecha Ladachart and Ladapa Ladachart

<sup>1</sup>วิทยาลัยการศึกษา มหาวิทยาลัยพะเยา (School of Education, University of Phayao)

<sup>2</sup>คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ (Faculty of Education, Chiang Mai University)

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอกรณีศึกษาการวิเคราะห์หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 เรื่องความรู้สึกเชิงจำนวนด้วยมุมมองจากทฤษฎีความผันแปร ผลการวิเคราะห์เปิดเผยว่า หนังสือเรียนไม่ได้นำเสนอความผันแปรให้นักเรียนมองเห็นลักษณะสำคัญของจำนวนตั้งแต่เริ่มต้น หากแต่นำเสนอความผันแปรในมิติอื่น ๆ ที่ไม่สำคัญหรือสำคัญน้อยกว่า แต่ในมุมมองของทฤษฎีความผันแปร นักเรียนควรได้ประสบกับความผันแปรของจำนวนก่อน ทั้งนี้เพื่อให้นักเรียนมองเห็นและเปรียบเทียบว่า แต่ละจำนวนมีความหมายอย่างไร และแตกต่างจากจำนวนอื่นอย่างไร บทความนี้เสนอว่า ความผันแปรควรเป็นเกณฑ์หนึ่งในการพัฒนา ประเมิน และเลือกใช้หนังสือเรียน บทความนี้ยังเสนอแนะให้มีการวิเคราะห์ความผันแปรในหัวข้ออื่น ตลอดจนการวิจัยประสิทธิภาพของลำดับความผันแปรที่ปรากฏในหนังสือเรียนต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน

**คำสำคัญ :** ความรู้สึกเชิงจำนวน, ทฤษฎีความผันแปร, ประถมศึกษา, หนังสือเรียนคณิตศาสตร์

Abstract

This article presents an analysis of a first-grade mathematics textbook in a topic of number sense using variation theory. The results reveal that the textbook does not present variation in a format that allows students to discern number as a critical aspect at the beginning, but variation in other aspects that are not critical or less important. But, on perspective of variation theory, students should experience variation in numbers first, so they can discern and contrast what each number means and how each number differs from the others. This article proposes that variation should be a criterion in developing, evaluating, choosing, and using textbooks. This article also suggests for

variation analyses in other topics as well as research on effectiveness of variation sequences that appear in textbooks on student learning of mathematics.

**Keywords:** Elementary, Mathematics Textbooks, Number Sense, Variation Theory

---

*\*Corresponding author, E-mail: ladachart@gmail.com*

## บทนำ

การประเมินผลนักเรียนนานาชาติครั้งล่าสุด (PISA 2015) เปิดเผยว่า นักเรียนไทยมีความสามารถด้านคณิตศาสตร์ที่ต่ำกว่าเกณฑ์และด้อยกว่าความสามารถเฉลี่ยของนักเรียนจากนานาประเทศ (Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD], 2016) ผลการประเมินนี้อาจไม่ใช่เรื่องที่น่าประหลาดใจ ทั้งนี้เพราะการประเมินเดียวกันหลายครั้งก่อนหน้านี้ (PISA 2000 – 2012) ตลอดจนการประเมินอื่น ๆ (เช่น TIMSS และ ONET) ก็ให้ผลที่คล้ายคลึงกัน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี [สสวท.], 2558) สิ่งที่น่าสนใจมากกว่าคือ “อะไรเป็นสาเหตุที่จำกัดการพัฒนาความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทย” จากการวิเคราะห์โดยการเทียบเคียงกับประเทศอื่น สุณีย์ คล้ายนิล (2546) พบข้อจำกัดในระบบการจัดการศึกษาไทยหลายประการ ไม่ว่าจะเป็นทรัพยากรในโรงเรียนที่จำกัด หลักสูตรที่จัดสรรเวลาเรียนคณิตศาสตร์น้อย ครูหลายคนที่ไม่จบเอกคณิตศาสตร์ และภูมิหลังของนักเรียนที่ขาดการสนับสนุนจากครอบครัว นอกจากนี้ สสวท. (2558) รายงานด้วยว่า การเปลี่ยนแปลงนโยบายการใช้หนังสือเรียนในโรงเรียนก็เป็นอีกสาเหตุหนึ่งของความถดถอยของคุณภาพการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ ดังข้อความที่ว่า:

“ก่อนปฏิรูปการศึกษา หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ของ สสวท. เป็นหนังสือที่ได้รับอนุญาตให้ใช้ในโรงเรียน ... ภายหลังปฏิรูปการศึกษา ... กระทรวงศึกษาธิการ...เปลี่ยนนโยบายเรื่องหนังสือเรียน...โดยการอนุญาตให้ (โรงเรียน) ใช้หนังสือเรียนเล่มใดก็ได้ที่มีรายชื่อตามประกาศบัญชีรายชื่อหนังสือเรียน...ของกระทรวงฯ (ด้วยเหตุนี้) หนังสือเรียนที่ผลิตโดย สสวท. (จึง)มีส่วนแบ่ง(ทางการตลาด) และด้วยการแข่งขัน...ที่ (สสวท.) ผู้ผลิตทางการค้าไม่ได้ ... ภาคเอกชน(จึง)ได้รับส่วนแบ่งในตลาดสูงกว่า หนังสือเรียนที่ สสวท. พัฒนาขึ้นจึงเกือบไม่ถูกใช้ในโรงเรียนอีกต่อไป ทั้ง ๆ ที่หนังสือเรียนเหล่านี้ถูกพัฒนาขึ้นโดยคำนึงถึงกระบวนการเรียนรู้ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วม โดยความร่วมมือของบุคลากรหลายฝ่ายจากหลายสถาบัน (ตลอดจนการทดลองใช้กับนักเรียนจริง) ... ด้วยเหตุที่โรงเรียนมักเลือกใช้หนังสือที่บริษัทเอกชนเป็นผู้ผลิตมากกว่า ... ความรับผิดชอบด้านการศึกษาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนได้อยู่ในมือของเอกชนเป็นส่วนใหญ่ โดยมีกระทรวงศึกษาธิการเป็นผู้รับรอง” (หน้าที่ 37-38)

ข้อสังเกตของ สสวท. มีความน่าสนใจ ทั้งนี้เพราะหนังสือเรียนมีบทบาทสำคัญในการส่งเสริมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน หนังสือเรียนไม่เพียงแต่ขึ้นำการจัดการเรียนการสอนของครู (Gracin and Matic, 2016) หากยังเป็นสื่อกลางที่ช่วยให้ครูและนักเรียนได้มีปฏิสัมพันธ์และสร้างความหมายร่วมกันในระหว่างการเรียนรู้ (Krainer, 1993) อย่างไรก็ตาม ประเด็นสำคัญอาจไม่ได้อยู่ที่ว่า “ใครควรหรือไม่ควรมีสิทธิได้ผลิตหนังสือเรียน” หากแต่เป็นคำถามเหล่านี้ที่สำคัญมากกว่า อาทิ “อะไรคือลักษณะของหนังสือเรียนที่มีคุณภาพ” “ผู้ผลิต (ไม่ว่าจะเป็นใครก็ตาม) จะพัฒนาหนังสือเรียนที่มีคุณภาพได้อย่างไร” “ผู้ประเมิน (กระทรวงศึกษาธิการ) จะมีเกณฑ์อะไรในการประเมิน

คุณภาพของหนังสือเรียน” และ “ครูจะมีเกณฑ์อะไรในการเลือกใช้หนังสือเรียน” คำตอบของคำถามเหล่านี้อาจช่วยยกระดับคุณภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน ตลอดจนความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยให้ทัดเทียมนักเรียนจากนานาประเทศ

บทความนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อวิเคราะห์หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ชั้น ป.1 ด้วยมุมมองทางทฤษฎีที่มีชื่อว่า “ทฤษฎีความผันแปร” (Variation theory) ซึ่งเป็นเรื่องใหม่ในประเทศไทย ทฤษฎีนี้ถูกเลือกอย่างเจาะจงเพื่อเป็นกรอบแนวคิดในการวิเคราะห์ ทั้งนี้เพราะงานวิจัยจำนวนหนึ่ง (เช่น Gu, Huang, and Marton, 2004) เปิดเผยมว่าทฤษฎีความผันแปรสามารถอธิบายได้ดีว่า เหตุใดนักเรียนจากประเทศจีนจึงมีความสามารถด้านคณิตศาสตร์สูง (OECD, 2016) ทั้ง ๆ ที่นักเรียนเหล่านี้มักผ่านการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในลักษณะแบบดั้งเดิม ซึ่งครูยังคงมีบทบาทมากในการบรรยาย การสาธิตด้วยตัวอย่าง และการทำแบบฝึกหัด (Cai and Nie, 2007) การเรียนรู้เช่นนี้ “เหมือนจะ” ขัดแย้งกับทฤษฎีการเรียนรู้สรุคนิยม (Constructivist theory of learning) ที่เน้นการส่งเสริมให้นักเรียนสร้างความรู้จากประสบการณ์ของตนเอง (Simon, 1995) การวิเคราะห์ด้วยทฤษฎีความผันแปรจึงอาจช่วยเปิดเผยมุมมองเพิ่มเติมเกี่ยวกับแนวทางการพัฒนาหนังสือเรียนและการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในประเทศไทย นอกเหนือแนวทางจากทฤษฎีการเรียนรู้สรุคนิยมที่มีอยู่ในปัจจุบัน

## กรอบแนวคิดทางทฤษฎี<sup>1</sup>

ทฤษฎีความผันแปรเป็นทฤษฎีการเรียนรู้ที่มีจุดเริ่มต้นมาจากการวิจัย “ปรากฏการณ์ภาพ<sup>2</sup>” (Phenomenography) การวิจัยรูปแบบนี้เน้นหาคำตอบว่า ทำไมผู้เรียนบางคนจึงเรียนรู้บางเรื่องได้ดีกว่าผู้เรียนคนอื่น และทำไมผู้เรียนบางคนจึงล้มเหลวในการเรียนรู้บางเรื่อง โดยเฉพาะการเรียนรู้เรื่องใหม่ที่ตนเองไม่เคยประสบมาก่อน (Marton and Booth, 1997) ทฤษฎีสรุคนิยมอาจอธิบายความสำเร็จในการเรียนรู้เรื่องใด ๆ โดยการระบุถึงความสามารถของผู้เรียนในการเชื่อมโยงความรู้เดิมกับเรื่องใหม่ที่ตนเองกำลังเรียนรู้ (Von Glasersfeld, 1995) ซึ่งอาจนำไปสู่การเปลี่ยนแปลงโครงสร้างทางสติปัญญาของผู้เรียน แต่การวิจัยปรากฏการณ์ภาพให้อีกมุมมองหนึ่งว่า ความสำเร็จในการเรียนรู้เรื่องใด ๆ<sup>3</sup> จะขึ้นอยู่กับว่า ผู้เรียนสามารถมองเห็นลักษณะสำคัญ<sup>4</sup>ของเรื่องนั้นหรือไม่ ดังนั้น ในมุมมองของการวิจัยปรากฏการณ์ภาพ การเรียนรู้จึงไม่ใช่การเปลี่ยนแปลงโครงสร้างทางสติปัญญาของผู้เรียน แต่เป็นการพัฒนาความสามารถของผู้เรียนในการมองเห็นลักษณะสำคัญของสิ่งที่ตนเองกำลังเรียนรู้ ด้วยจุดเน้นอยู่ที่

<sup>1</sup> เนื้อหาในส่วนนี้มาจากบทความเรื่อง “ทฤษฎีความผันแปร: อีกมุมมองเกี่ยวกับการเรียนรู้” (2560) ทั้งนี้เพื่อให้บทความวิจัยนี้มีความสมบูรณ์ในตัวเอง

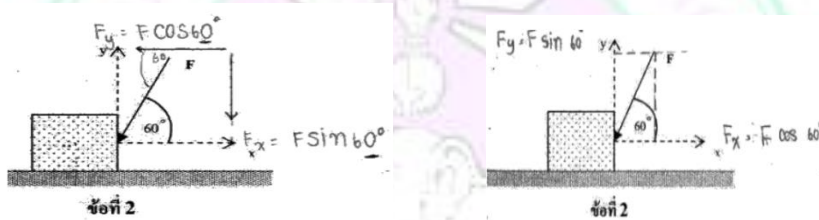
<sup>2</sup> ลือชา ลดาชาติ และ หวันบัสรี วาเต็ง (2555) ใช้คำว่า “ปรากฏการณ์ภาพ” แทนคำว่า “Phenomenography” ทั้งนี้เพราะคำว่า “Phenomenography” เป็นคำผสมระหว่าง “Phenomenon” ซึ่งหมายถึงปรากฏการณ์ และ “Graphy” ซึ่งหมายถึงการวาดภาพ

<sup>3</sup> Marton and Booth (1997) เรียกสิ่งที่เป็นเป้าหมายของการเรียนรู้ว่า “วัตถุแห่งการเรียนรู้” (Object of learning) แต่ในการวิจัยนี้ ผู้เขียนอาจใช้คำว่า “สิ่งที่เป้าหมายของการเรียนรู้” เป็นบางครั้ง เพื่อความชัดเจนในการสื่อความหมาย

<sup>4</sup> ในที่นี้ การมองเห็นมาจากคำในภาษาอังกฤษที่ว่า “Discern” ส่วนลักษณะสำคัญมาจากคำว่า “Critical aspect”

ความสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับวัตถุแห่งการเรียนรู้ คำว่า “การเรียนรู้” เพียงลำพังจึงไม่มีความหมาย การเรียนรู้ต้องเป็นการเรียนรู้เกี่ยวกับบางสิ่งบางอย่างเสมอ

งานวิจัยบางเรื่องแสดงถึงบทบาทที่สำคัญของความสามารถในการมองเห็นลักษณะสำคัญบางอย่างของวัตถุแห่งการเรียนรู้ ตัวอย่างเช่น จากการศึกษาวิธีการแตกแรงของนักเรียนชั้น ม.4 จำนวน 17 คน ลีซา ลดาชาติ และ หวันบัสรี วาเต็ง (2555) สังเกตเห็นความแตกต่างระหว่างนักเรียนที่ประสบและไม่ประสบความสำเร็จในการแตกแรง โดยเฉพาะในสถานการณ์ที่แรงมีทิศเข้าหาวัตถุ ซึ่งแตกต่างไปจากสถานการณ์ที่แรงมีทิศออกจากวัตถุที่นักเรียนได้เรียนรู้มาก่อน ความแตกต่างนี้เป็นผลมาจากความสามารถในการมองเห็นลักษณะสำคัญหนึ่งในสถานการณ์การแตกแรง ซึ่งก็คือทิศของแรงเมื่อเทียบกับแกนอ้างอิง นักเรียนที่ประสบความสำเร็จในการแตกแรง (ซ้ายมือ) ตระหนักว่าแรงกระทำต่อวัตถุในทิศพุ่งเข้าหาแกนอ้างอิง เธอจึงย้ายแกนอ้างอิงไปยังด้านหางลูกศรที่แทนแรง พร้อมทั้งใส่หัวลูกศรเพื่อระบุทิศของแกนอ้างอิง เธอจึงแตกแรงได้อย่างถูกต้อง ในขณะที่นักเรียนที่ไม่ประสบความสำเร็จในการแตกแรง (ขวามือ) ไม่ได้ตระหนักถึงลักษณะสำคัญนี้ (ดังที่เธอไม่มีการกำหนดทิศของแกนอ้างอิง) ดังนั้น แม้เธอแตกแรงด้วยวิธีการเดียวกัน แต่ผลลัพธ์กลับไม่ถูกต้อง



ภาพที่ 1: การแตกแรงของนักเรียนที่ตระหนัก (ซ้าย) และไม่ตระหนัก (ขวา) ถึงลักษณะสำคัญของการแตกแรง

ความสามารถในการมองเห็นลักษณะสำคัญของเรื่องใด ๆ จึงเป็นเงื่อนไขจำเป็นของการเรียนรู้เรื่องนั้น (Marton and Booth, 1997) ในการที่ผู้เรียนจะมองเห็นลักษณะสำคัญใด ๆ ความผันแปรสัมพันธ์ระหว่างลักษณะสำคัญนั้นกับลักษณะอื่น ๆ เป็นเงื่อนไขจำเป็น (Marton, 2015) ตัวอย่างเช่น หากนักเรียนจะเรียนรู้เรื่อง “สีเขียว” นักเรียนต้องประสบกับความหลากหลายของสี (ความผันแปรของสี) ไม่ว่าจะเป็นสีแดง สีเขียว สีน้ำเงิน สีเหลือง สีขาว สีดำ หรือแม้กระทั่งไม่มีสี นักเรียนจึงจะมีโอกาสมองเห็นว่า สีเขียวมีลักษณะสำคัญที่แตกต่างจากสีอื่น ๆ อย่างไร แต่ในทางตรงกันข้าม หากนักเรียนประสบกับสีเขียวอย่างเดียว นักเรียนคงไม่สามารถมองเห็นและรู้ว่า ลักษณะอะไรคือสีเขียว Marton (2015) เรียกกระบวนการนี้ว่า การมองเห็นลักษณะสำคัญจากความแตกต่าง (Contrast) นอกจากนี้แล้ว นักเรียนยังต้องประสบกับความหลากหลายของสีเขียว (ความผันแปรของสีเขียว) เช่น สีเขียวเข้ม สีเขียวอ่อน และสีเขียวสะท้อนแสง นักเรียนจึงจะมีโอกาสมองเห็นได้ว่า ลักษณะสำคัญอะไรทำให้สีเขียวเป็นสีเขียว Marton (2015) เรียกกระบวนการนี้ว่า “การมองเห็นลักษณะสำคัญจากความเหมือน” (Generalization) ด้วยมุมมองนี้ ความผันแปรรูปแบบต่าง ๆ จะทำให้ผู้เรียนมองเห็นลักษณะสำคัญ(และลักษณะไม่สำคัญ)ของวัตถุแห่งการเรียนรู้

ความผันแปรสามารถช่วยให้ผู้เรียนมองเห็นลักษณะสำคัญ(และลักษณะไม่สำคัญ)ของวัตถุแห่งการเรียนรู้ ดังนั้น การวิเคราะห์รูปแบบของความผันแปรในสถานการณ์ใด ๆ จึงสามารถบ่งบอกได้ว่า ผู้เรียนจะมีโอกาสมองเห็นและเรียนรู้ลักษณะสำคัญในสถานการณ์นั้นได้หรือไม่ หัวใจของทฤษฎีความผันแปรคือการจัดสถานการณ์หรือเงื่อนไขให้ผู้เรียนได้ประสบกับความผันแปรอย่างเป็นระบบ ทั้งนี้เพื่อให้ผู้เรียนสามารถสังเกต ตระหนัก และแยกแยะลักษณะ

สำคัญออกจากลักษณะที่ไม่สำคัญ เนื่องจากวัตถุแห่งการเรียนรู้ใด ๆ อาจมีลักษณะสำคัญได้มากกว่า 1 ลักษณะ นักเรียนจึงต้องมองเห็นทุกลักษณะสำคัญของสิ่งนั้นในเวลาเดียวกัน และพิจารณความสัมพันธ์ระหว่างลักษณะสำคัญเหล่านั้น ทั้งนี้เพื่อสร้างความเข้าใจของสิ่งนั้นอย่างสมบูรณ์ Marton (2015) เรียกกระบวนการนี้ว่า “การนำลักษณะสำคัญทั้งหมดมาพิจารณาพร้อมกัน” (Fusion) ในการนี้ ลักษณะไม่สำคัญใด ๆ จะถูกละทิ้งหรือมองข้ามไป ปัญหาที่ผู้เรียนทั่วไปมักประสบในการเรียนรู้เรื่องใด ๆ คือว่า สถานการณ์การเรียนรู้มักมีความผันแปรที่ไม่เป็นระบบและไม่ครบถ้วน ผู้เรียนจึงไม่สามารถมองเห็นลักษณะสำคัญทั้งหมด และไม่ได้นำลักษณะสำคัญเหล่านั้นมาพิจารณาร่วมกัน

Marton, Runesson, and Tsui (2004: 21) เรียกจำนวนมิติ (จำนวนลักษณะสำคัญของวัตถุแห่งการเรียนรู้) ในสถานการณ์การเรียนรู้ใด ๆ ว่า “พื้นที่แห่งการเรียนรู้” (Space of learning) หากสถานการณ์นั้นมีความผันแปรที่ครบถ้วนทุกมิติ ผู้เรียนก็มีโอกาสที่จะมองเห็นลักษณะสำคัญทั้งหมด และนำลักษณะสำคัญเหล่านั้นมาพิจารณาร่วมกัน เพื่อพัฒนาเป็นความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องนั้นได้อย่างสมบูรณ์ แต่หากสถานการณ์นั้นขาดความผันแปรบางมิติ ผู้เรียนก็ขาดโอกาสที่จะมองเห็นบางลักษณะสำคัญที่จำเป็นต่อการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องนั้น อย่างไรก็ตาม ความผันแปรครบถ้วนทุกมิติไม่ได้รับประกันว่า ผู้เรียนจะต้องมองเห็นลักษณะสำคัญทั้งหมดและเรียนรู้เรื่องนั้นได้อย่างสมบูรณ์ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับว่า ผู้เรียนจะให้ความสนใจไปที่ลักษณะสำคัญเหล่านั้นหรือไม่ ความจริงคือว่า แม้ลักษณะสำคัญหนึ่งปรากฏอยู่ในสถานการณ์การเรียนรู้ แต่ผู้เรียนบางคนอาจจะเลยหรือมองข้ามบางลักษณะสำคัญได้เช่นกัน การมีความผันแปรครบถ้วนทุกมิติเป็นเพียงเงื่อนไขเบื้องต้นที่สถานการณ์การเรียนรู้ใด ๆ จำเป็นต้องมี ทั้งนี้เพื่อรับประกันว่า การมองเห็นลักษณะสำคัญเหล่านั้นมี “โอกาส” ที่ผู้เรียนจะมองเห็นได้

เนื่องจากหนังสือเรียนคณิตศาสตร์มักเป็นสิ่งที่ครูนำมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน ไม่ว่าจะเป็นอย่างแบบฝึกหัด หรือการบ้าน (Gracin and Matic, 2016) ดังนั้น หนังสือเรียนจึงเป็นสิ่งที่สร้างสถานการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน ด้วยมุมมองจากทฤษฎีความผันแปร หนังสือเรียนจึงควรนำเสนอตัวอย่างและแบบฝึกหัดที่มีความผันแปรอย่างเป็นระบบ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนมองเห็นลักษณะสำคัญของวัตถุแห่งการเรียนรู้ได้ งานวิจัยหลายเรื่องจึงมุ่งวิเคราะห์ความผันแปรที่ปรากฏในหนังสือเรียนและการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ตัวอย่างเช่น Sun (2011; 2013) พบว่า หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ของประเทศจีนมีความผันแปรที่เป็นระบบมากกว่าหนังสือเรียนของประเทศทางซีกโลกตะวันตก (เช่น สหรัฐอเมริกา และโปรตุเกส) ซึ่งทำให้นักเรียนจากประเทศจีนพัฒนาความสามารถด้านคณิตศาสตร์ที่โดดเด่นกว่านักเรียนจากประเทศอื่น (Kullberg, Kempe, and Marton, 2017; Pang, Marton, Bao, & Ki, 2016; Gu et al., 2004; Sun, 2013) แต่การวิเคราะห์ที่เช่นนี้ยังไม่ปรากฏในประเทศไทย ดังนั้น งานวิจัยนี้จึงมีวัตถุประสงค์เพื่อวิเคราะห์หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ด้วยทฤษฎีความผันแปร ทั้งนี้เพื่อเป็นแนวทางการพัฒนาหนังสือเรียนและการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ต่อไป

## ขอบเขตของการวิจัย

ด้วยจำนวนหนังสือเรียนคณิตศาสตร์มีจำนวนมากและหลากหลาย ทั้งในแง่ของผู้ผลิตและระดับชั้น ในการนี้ ผู้วิจัยเลือกวิเคราะห์ “หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1” ของ สสวท. (2554) สาเหตุของการเลือกหนังสือเรียนของ สสวท. คือว่า สสวท. เป็นหน่วยหลักที่ทำหน้าที่ผลิตหนังสือเรียนคณิตศาสตร์มาอย่างยาวนาน ดังนั้น สสวท. จึงมีประสบการณ์ในการผลิตหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพ ซึ่งอาจเป็นแนวทางให้กับผู้ผลิตรายอื่นได้ นอกจากนี้ สสวท. ได้มีการเผยแพร่หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ในระดับชั้นต่าง ๆ ในเว็บไซต์

(<http://www.scimath.org/math-ebook>) ซึ่งนักเรียน ครู ผู้ปกครอง และผู้วิจัยสามารถเข้าถึงได้ง่ายและไม่เสียค่าใช้จ่าย สาเหตุของการเลือกหนังสือเรียนในชั้น ป.1 คือว่า ป.1 เป็นระดับชั้นแรกที่เป็นพื้นฐานของการเรียนรู้ในระดับชั้นที่สูงขึ้น และหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, 2553) ได้ระบุตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้ไว้อย่างชัดเจน ผู้วิจัยจึงสามารถวิเคราะห์ได้ว่า อะไรคือวัตถุประสงค์แห่งการเรียนรู้ในแต่ละบทของหนังสือเรียน อะไรคือลักษณะสำคัญของวัตถุประสงค์แห่งการเรียนรู้ และความผันแปรที่เน้นลักษณะสำคัญนั้นควรเป็นอย่างไร

เนื่องจากหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ชั้น ป.1 ของ สสวท. (2554) มีเนื้อหาที่ครอบคลุมตัวชี้วัดทั้งหมดในระดับชั้น ป.1 ของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, 2553) หนังสือเรียนเล่มนี้จึงมีทั้งสิ้น 14 บท (รวม 294 หน้า เฉพาะเนื้อหา มี 281 หน้า) ดังตารางที่ 1 แต่ละบทมีการระบุวัตถุประสงค์การเรียนรู้ (วัตถุประสงค์แห่งการเรียนรู้) ไว้อย่างชัดเจน ในการนี้ เพื่อการวิจัยนี้มีขอบเขตที่ชัดเจนและเป็นไปได้ในทางปฏิบัติ ผู้วิจัยจึงเลือกวิเคราะห์เฉพาะเนื้อหาบางส่วนในบทที่ 1 ซึ่งมุ่งส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความรู้สึกเชิงจำนวน (Number sense) ตั้งแต่ 1-5 อันเป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนรู้แนวคิดทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ ในระดับที่สูงขึ้นต่อไป ด้วยข้อจำกัดนี้ ผลการวิเคราะห์จึงไม่ครอบคลุมเนื้อหาอื่น ๆ ในหนังสือเรียนเล่มนี้ ไม่ครอบคลุมหนังสือเรียนเล่มอื่น ๆ ของ สสวท. และไม่ครอบคลุมหนังสือเรียนจากผู้ผลิตรายอื่น ๆ หากแต่ผลการวิเคราะห์ครั้งนี้จะเป็นแนวทางการใช้ทฤษฎีความผันแปรเพื่อวิเคราะห์เนื้อหาอื่น ๆ ต่อไปในอนาคต

ตารางที่ 1 โครงสร้างของหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ชั้น ป.1 ของ สสวท. (2554)

บทที่	เนื้อหา	จำนวนหน้า
1	จำนวนนับ 1 ถึง 5 และ 0	24
2	จำนวนนับ 6 ถึง 9	20
3	การบวกจำนวนสองจำนวนที่ผลบวกไม่เกิน 9	28
4	การลบจำนวนสองจำนวนที่ตัวตั้งไม่เกิน 9	32
5	จำนวนนับ 10 ถึง 20	18
6	การบวกและการลบจำนวนที่ผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 20	40
7	การวัดความยาว	18
8	การชั่ง	8
9	การตวง	8
10	จำนวนนับ 21 ถึง 100	26
11	รูปเรขาคณิต	16
12	เวลา	10
13	การบวกและการลบจำนวนที่ผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100	22
14	การบวกลบระคน	10

## คำถามวิจัย

1. หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ชั้น ป.1 ของ สสวท. มีการนำเสนอเนื้อหาเกี่ยวกับความรู้สึกเชิงจำนวน 1-5 อย่างไร
2. การนำเสนอเนื้อหาเกี่ยวกับความรู้สึกเชิงจำนวน 1-5 มีความผันแปรอย่างเป็นระบบหรือไม่ และอย่างไร

## ระเบียบวิธีวิจัย

การวิจัยนี้เป็นกรณีศึกษา (Case study) ซึ่งเน้นการศึกษาคณะที่ผู้วิจัยให้ความสนใจเป็นพิเศษ ทั้งนี้เพื่อเปิดประเด็นของการวิจัยในอนาคต (Yin, 2014) ข้อมูลคือเนื้อหาในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ชั้น ป.1 ของ สสวท. (2554) เกี่ยวกับความรู้สึกเชิงจำนวน 1-5 ในการวิเคราะห์การนำเสนอเนื้อหา ผู้วิจัยเริ่มต้นด้วยการพิจารณาตัวชี้วัดในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, 2553) ทั้งนี้เพื่อเทียบเคียงกับวัตถุประสงค์ของบทเรียนกับตัวชี้วัดในระดับชั้น ป.1 จากการพิจารณาเบื้องต้น เนื้อหาในบทที่ 1 สอดคล้องกับตัวชี้วัด ค 1.1 ป.1/1 ที่กำหนดให้นักเรียน “เขียนและอ่านตัวเลขฮินดูอารบิกและตัวเลขไทย ... แสดงปริมาณของสิ่งของหรือจำนวนนับที่ไม่เกิน 100 ...” อย่างไรก็ตาม ตัวชี้วัดนี้มีหลายวัตถุประสงค์แห่งการเรียนรู้ ได้แก่ ความรู้สึกเชิงจำนวน การใช้สัญลักษณ์แทนจำนวน และสัญลักษณ์ต่าง ๆ ที่แทนจำนวน แต่เนื้อหาในบทนี้ถูกจำกัดอยู่ที่ “นักเรียนสามารถเขียนและอ่านตัวเลขฮินดูอารบิกและตัวเลขไทย (เพื่อ)แสดงจำนวนหนึ่ง สอง สาม สี่ ห้า” ตลอดจน “เปรียบเทียบและเรียงลำดับจำนวนนับไม่เกินห้า” (สสวท, 2554: 1) ในการนี้ ผู้วิจัยจึงเลือกวิเคราะห์เฉพาะวัตถุประสงค์แห่งการเรียนรู้เรื่อง “ความรู้สึกเชิงจำนวน 1-5” จากนั้น ผู้วิจัยจึงระบุลักษณะสำคัญของวัตถุประสงค์แห่งการเรียนรู้นี้ ทั้งนี้เพื่อพิจารณารูปแบบของความผันแปรที่จะช่วยให้นักเรียนมองเห็นลักษณะสำคัญนั้นได้ง่ายขึ้น

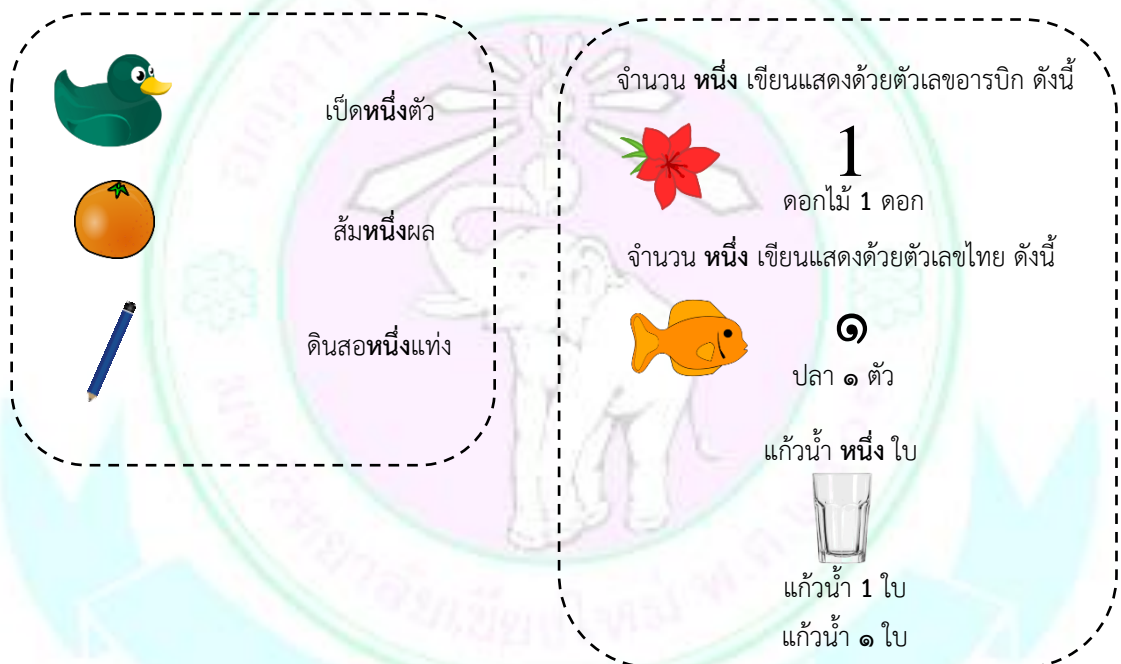
## ผลการวิจัย

หลังจากการระบุวัตถุประสงค์ไว้ในหน้าที่ 1 ว่า “เมื่อจบบทนี้แล้ว “นักเรียนสามารถเขียนและอ่านตัวเลขฮินดูอารบิกและตัวเลขไทย (เพื่อ)แสดงจำนวนหนึ่ง สอง สาม สี่ ห้า” ตลอดจน “เปรียบเทียบและเรียงลำดับจำนวนนับไม่เกินห้า” ลำดับการนำเสนอเนื้อหาคือการนำเสนอจำนวนแต่ละจำนวน ตั้งแต่หนึ่ง สอง สาม สี่ และห้า ตามลำดับ โดยลำดับการนำเสนอสัญลักษณ์แทนจำนวนจะเริ่มต้นจากตัวอักษร (หนึ่ง) เลขฮินดูอารบิก (1) และเลขไทย (๑) ตามลำดับ ตัวอย่างเช่น ในหน้าที่ 2 หนังสือเรียนนำเสนอภาพและข้อความระบุว่า “เปิดหนึ่งตัว” “ส้มหนึ่งผล” และ “ดินสอหนึ่งแท่ง” ซึ่งมีการเน้นคำว่า “หนึ่ง” ด้วยตัวหนา จากนั้น ในหน้าที่ 3 หนังสือนำเสนอภาพดอกไม้หนึ่งดอก พร้อมกับตัวเลขฮินดูอารบิก (1) และภาพปลาหนึ่งตัวพร้อมกับตัวเลขไทย (๑) ซึ่งมีการเน้นคำว่า “หนึ่ง” ตัวเลข 1 (ฮินดูอารบิก) และตัวเลข ๑ (ไทย) ด้วยตัวหนาเช่นเดียวกัน การนำเสนอจะเป็นไปในรูปแบบนี้สำหรับจำนวน 2 3 4 และ 5 ด้วยเช่นกัน ดังภาพตัวอย่างในภาพที่ 2

<sup>5</sup> เพื่อความกระชับในการนำเสนอในบทความนี้ ผู้วิจัยขอละการนำเสนอจำนวนศูนย์ ซึ่งหนังสือเรียนนำเสนอ หลังจากการนำเสนอจำนวนหนึ่งถึงจำนวนห้าแล้ว

<sup>6</sup> เพื่อความกระชับในการนำเสนอในบทความนี้ ผู้วิจัยขอละการนำเสนอจำนวนศูนย์ ซึ่งหนังสือเรียนนำเสนอ หลังจากการนำเสนอจำนวนหนึ่งถึงจำนวนห้าแล้ว

การนำเสนอด้วยรูปแบบนี้มีความผันแปรอย่างเป็นระบบแฝงอยู่ในหน้าที่ 2 (ภาพที่ 2 ซ้ายมือ) นักเรียนจะเห็นความผันแปรของสิ่งต่าง ๆ (เปิด ส้ม และดินสอ) ในขณะที่จำนวน “หนึ่ง” ไม่ผันแปร อย่างไรก็ตาม ความผันแปรของสิ่งต่าง ๆ ยังทำให้เกิดความผันแปรของหน่วยของสิ่งเหล่านั้นด้วย (ตัว ผล และแท่ง) ความผันแปรเช่นนี้อาจช่วยให้นักเรียนมองเห็นลักษณะร่วมของจำนวนหนึ่ง (นั่นคือการมองเห็นลักษณะสำคัญจากความเหมือน) อย่างไรก็ตาม นักเรียนอาจประสบปัญหาในการทำความเข้าใจว่า “จำนวนหนึ่ง” คืออะไร ทั้งนี้เพราะภายในหน้าที่ 2 นักเรียนยังไม่มีโอกาสได้มองเห็นจำนวนอื่น (2 3 4 และ 5) ในมุมมองของทฤษฎีความผันแปร Marton and Pang (2013: 25) กล่าวไว้ว่า “ไม่มีเด็กคนไหนสามารถเรียนรู้ว่า สุนัขเป็นสัตว์ชนิดหนึ่ง โดยปราศจาก(การมองเห็น)สัตว์อื่น ... ความคิดเกี่ยวกับสุนัขเกิดจาก(ประสบการณ์)ว่า มันแตกต่างจากสัตว์อื่นอย่างไร” แต่ด้วยความผันแปรที่ปรากฏในหน้าที่ 2 นักเรียนจึงยังขาดโอกาสในการมองเห็นและเปรียบเทียบว่า จำนวนหนึ่งแตกต่างจากจำนวนอื่นอย่างไร ทั้งนี้เพราะนักเรียนไม่มีจำนวนอื่นใดเพื่อเปรียบเทียบกับจำนวนหนึ่ง



ภาพที่ 2: การนำเสนอ “จำนวนหนึ่ง” ในหนังสือเรียน (หน้าที่ 2 ซ้ายมือ และหน้าที่ 3 ขวามือ)

ในหน้าที่ 3 (ภาพที่ 2 ขวามือ) จำนวนหนึ่งยังคงถูกกำหนดให้ไม่ผันแปร แต่นักเรียนจะเห็นความผันแปรในมิติอื่น ๆ ได้แก่ ความผันแปรของสัญลักษณ์ที่แทนจำนวนหนึ่ง (หนึ่ง 1 และ ๑) ความผันแปรของสิ่งของ (ดอกไม้ ปลา และแก้วน้ำ) และความผันแปรของหน่วยของสิ่งของเหล่านั้น (ดอก ตัว และใบ) เนื่องจากความผันแปรเหล่านี้เกิดขึ้นพร้อมกัน ในขณะที่ความผันแปรในหน้าที่ 2 อาจยังไม่ชัดเจนเพียงพอให้นักเรียนมองเห็นว่า จำนวนหนึ่งเป็นอย่างไร และแตกต่างจากจำนวนอื่นอย่างไร การประสบกับความผันแปรในมิติเพิ่มเติมเหล่านี้พร้อมกัน (อย่างน้อย 3 มิติ) อาจทำให้นักเรียนเกิดความสับสนได้ว่า อะไรคือลักษณะสำคัญในความผันแปรเหล่านี้ (ชนิดของสิ่งของ หน่วยของสิ่งของ หรือสัญลักษณ์) ด้วยเหตุนี้ แม้หน้าที่ 2 และหน้าที่ 3 ของหนังสือเรียนมีความผันแปรอย่างเป็นระบบ (ไม่ว่าจะโดย



ความตั้งใจหรือไม่) แต่การนำเสนอความผันแปรเช่นนี้ยังไม่เพียงพอให้นักเรียนมองเห็นลักษณะสำคัญของจำนวนได้โดยง่าย

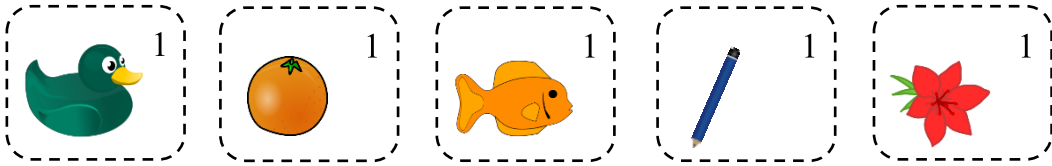
ในมุมมองของทฤษฎีความผันแปร หากนักเรียนจะเข้าใจว่า จำนวนหนึ่งเป็นอย่างไร นักเรียนต้องมีโอกาสได้เห็นจำนวนอื่นด้วย ทั้งนี้เพื่อให้นักเรียนสามารถแยกแยะจำนวนหนึ่งออกจากจำนวนอื่น (นั่นคือการมองเห็นลักษณะสำคัญจากความแตกต่าง) ในการนี้ งานวิจัยของ Guo and Pang (2011) ให้ข้อเสนอแนะว่า การนำเสนอความผันแปรเพื่อให้นักเรียนเห็นลักษณะสำคัญที่ละลักษณะอาจเป็นเรื่องจำเป็นสำหรับนักเรียนที่มีประสบการณ์เดิมน้อย (เช่น นักเรียนชั้น ป.1) ดังนั้น ลักษณะอื่นที่ไม่ใช่ลักษณะสำคัญ ไม่ว่าจะเป็นรูปภาพที่แทนจำนวน (เช่น เป็ด ส้ม และดินสอ) และรูปแบบสัญลักษณ์ที่แทนจำนวน (1 ๑ และหนึ่ง) ยังไม่ควรผันแปร ทั้งนี้เพื่อให้นักเรียนมองเห็นลักษณะสำคัญของจำนวนได้ง่ายขึ้น ภาพที่ 3 แสดงการนำเสนอความผันแปรที่จะช่วยให้นักเรียนมองเห็นลักษณะสำคัญของจำนวนได้ง่ายขึ้น ในภาพนี้ นักเรียนจะได้พบกับความผันแปรของจำนวน ท่ามกลางความไม่ผันแปรของลักษณะอื่น ๆ (สิ่งของที่แสดงจำนวนคือไก่เหมือนกันทั้งหมด) ในขณะที่เดียวกัน ลักษณะไม่สำคัญอื่น ๆ เช่น หน่วยของสิ่งของและสัญลักษณ์ที่แทนจำนวน<sup>7</sup> จะยังไม่ปรากฏในขณะนี้ ทั้งนี้เพื่อให้นักเรียนเห็นลักษณะสำคัญซึ่งเป็นความแตกต่างของจำนวนก่อน



ภาพที่ 3: ความผันแปรของลักษณะสำคัญ (จำนวน)

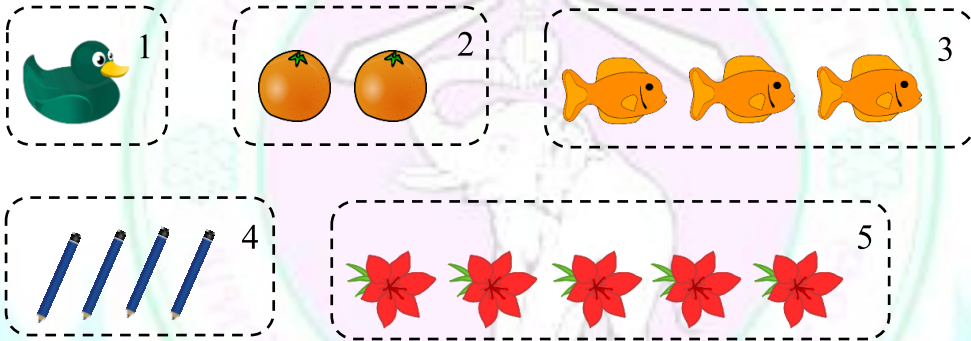
<sup>7</sup>ผู้วิจัยไม่มีวัตถุประสงค์ที่จะนำเสนอว่า ผู้เรียนต้องรู้จักตัวเลขฮินดูอารบิกก่อนสัญลักษณ์อื่น ๆ ผู้เขียนเพียงนำเสนอว่า นักเรียนต้องมองเห็นความแตกต่างของจำนวนก่อน ซึ่งอาจปรากฏในรูปของตัวอักษร ตัวเลขฮินดูอารบิก หรือตัวเลขไทย (อย่างใดอย่างหนึ่ง) แล้วนักเรียนค่อยเรียนรู้เกี่ยวกับความผันแปรของสัญลักษณ์ในภายหลัง

เมื่อนักเรียนเริ่มมองเห็นลักษณะสำคัญจากจำนวนที่ผันแปรในภาพที่ 3 แล้ว นักเรียนจึงควรได้ประสบการณ์กับความผันแปรที่จะช่วยให้นักเรียนเห็นลักษณะร่วมของแต่ละจำนวน ดังภาพที่ 4



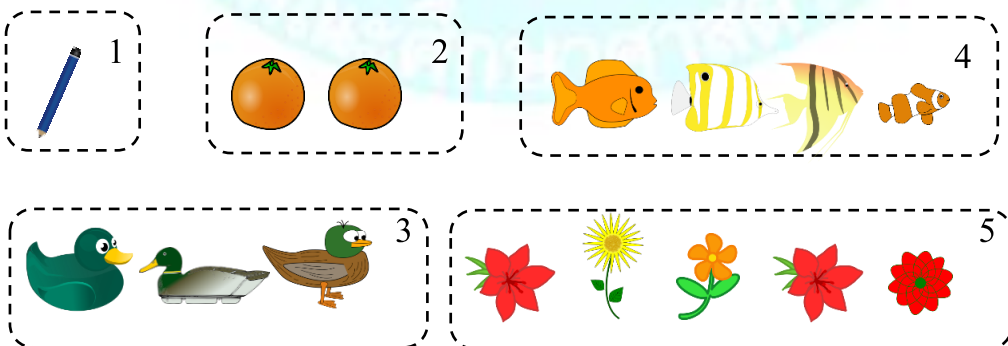
ภาพที่ 4: ความผันแปรของลักษณะไม่สำคัญ (สิ่งของ)

ในการนี้ นักเรียนจะมองเห็นได้ง่ายขึ้นว่า สิ่งของต่าง ๆ สามารถมีจำนวนหนึ่งได้ ดังนั้น จำนวนหนึ่งจึงเป็นลักษณะที่ไม่ขึ้นกับชนิดของสิ่งของ นักเรียนควรได้ประสบการณ์กับความผันแปรเช่นนี้ในกรณีของจำนวนอื่น ๆ (จำนวนสอง จำนวนสาม จำนวนสี่ และจำนวนห้า) ด้วยเช่นกัน จากนั้น เมื่อนักเรียนมองเห็นลักษณะไม่สำคัญแล้วว่า จำนวนไม่ขึ้นกับชนิดของสิ่งของ นักเรียนจึงค่อยประสบการณ์ความผันแปรในมิติที่หลากหลายมากขึ้น ดังภาพที่ 5 ซึ่งมีทั้งความผันแปรของจำนวน (หนึ่ง สอง สาม สี่ และห้า) และความผันแปรของสิ่งของ (เป็ด ส้ม ปลา ดินสอ และดอกไม้) พร้อมกัน



ภาพที่ 5: ความผันแปร 2 มิติ

ในการนี้ นักเรียนจะได้แยกแยะว่า อะไรคือลักษณะสำคัญของจำนวน และอะไรคือลักษณะไม่สำคัญของจำนวน ก่อนที่นักเรียนจะประสบการณ์ความผันแปรในมิติที่ซับซ้อนขึ้นไปอีก ดังภาพที่ 6 ซึ่งมีลักษณะไม่สำคัญอื่นเพิ่มเข้ามา โดยนักเรียนจะได้เรียนรู้ว่า จำนวนของดอกไม้ไม่ขึ้นอยู่กับว่า ดอกไม้จะมีสีอะไร ขนาดเท่าไร หรือรูปร่างอะไร (จำนวนของสิ่งของอื่น ๆ ก็เช่นเดียวกัน)



ภาพที่ 6: ความผันแปรมากกว่า 2 มิติ

เมื่อนักเรียนมองเห็นและเข้าใจจำนวนแล้ว นักเรียนจึงค่อยเรียนรู้ว่า สัญลักษณ์ต่าง ๆ สามารถแทนจำนวนเดียวกันได้ต่อไป ด้วยการนำเสนอความผันแปรที่เป็นระบบเช่นนี้ นักเรียนจึงมีโอกาสมากขึ้นที่จะมองเห็นจำนวนเป็นลักษณะสำคัญ แต่ละจำนวนหมายความอย่างไร และลักษณะอะไรที่ไม่เกี่ยวข้องกับจำนวน

## บทสรุป การอภิปราย และข้อเสนอแนะ

จากคำถามวิจัยข้อที่ 1 และ 2 ผลการวิเคราะห์เปิดเผยว่า หนังสือเรียนเล่มนี้มีการนำเสนอเนื้อหาโดยการให้นักเรียนประสพกับจำนวนทีละจำนวน (1 2 3 4 และ 5 ตามลำดับ) และในการนำเสนอแต่ละจำนวน นักเรียนจะได้ประสพกับความผันแปรของสิ่งของ (เป็น ส้ม และดินสอ) และความผันแปรของหน่วยของสิ่งของ (ตัว ผล และแท่ง) พร้อมกัน ซึ่งตามมาด้วยความผันแปรของสัญลักษณ์ที่แทนจำนวน (หนึ่ง 1 และ ๑) ก่อนที่นักเรียนจะได้ประสพกับความผันแปรของจำนวน (1 2 3 4 และ 5) ในตอนท้ายของบทเรียน ในมุมมองของทฤษฎีความผันแปร การนำเสนอความผันแปรเช่นนี้อาจไม่ช่วยให้นักเรียนเกิดความรู้สึกเชิงจำนวนได้โดยง่าย ทั้งนี้เพราะนักเรียนได้ประสพกับจำนวนทีละจำนวน ซึ่งไม่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้เปรียบเทียบว่า แต่ละจำนวนต่างกันอย่างไร และอะไรคือลักษณะสำคัญของแต่ละจำนวน ดังนั้น หากสาระสำคัญของบทเรียนนี้คือความรู้สึกเชิงจำนวน ความผันแปรของจำนวนจำเป็นต้องปรากฏตั้งแต่แรก (ดังภาพที่ 3) ในขณะที่ความผันแปรในมิติอื่น ๆ (ชนิดของสิ่งของ หน่วยของสิ่งของ และสัญลักษณ์ของจำนวน) ยังไม่ควรปรากฏ ทั้งนี้เพื่อให้นักเรียนมองเห็นลักษณะสำคัญ (จำนวน) นั้นได้ง่ายขึ้น เมื่อนักเรียนมองเห็นลักษณะสำคัญนี้แล้ว บทเรียนจึงค่อยนำเสนอความผันแปรในมิติอื่น ๆ เพื่อให้นักเรียนมองเห็นลักษณะที่ไม่สำคัญกับจำนวน (ชนิดของสิ่งของ หน่วยของสิ่งของ และสัญลักษณ์ของจำนวน)

เนื่องจากการนำเสนอความผันแปรในรูปแบบที่แตกต่างกันสามารถส่งผลต่อการเรียนรู้ที่แตกต่างกัน (Guo and Pang, 2011) งานวิจัยในอนาคตจึงควรมีการศึกษาว่า การนำเสนอความผันแปรในรูปแบบที่แตกต่างกัน (ระหว่างการนำเสนอตามที่ปรากฏในหนังสือเรียน กับการนำเสนอตามข้อเสนอแนะในการวิเคราะห์นี้) จะส่งผลต่อการพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนของนักเรียนหรือไม่และอย่างไร ตลอดจนการวิเคราะห์ความผันแปรในเนื้อหาอื่น ๆ ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ งานวิจัยเช่นนี้อาจช่วยพัฒนาคุณภาพของหนังสือเรียนและการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในประเทศไทย ทั้งนี้เพราะการวิเคราะห์หนังสือเรียนและการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในประเทศจีน ซึ่งประสบผลสำเร็จอย่างโดดเด่นในระดับนานาชาติ (OECD, 2016) เปิดเผยว่า ความผันแปรเป็นกุญแจสำคัญที่อยู่เบื้องหลังความสำเร็จนี้ (Gu et al., 2004) ดังนั้น ความผันแปรควรเป็นเกณฑ์หนึ่งที่ทั้งผู้ผลิต ผู้ประเมิน ผู้รับรอง และผู้ใช้ควรพิจารณาในการพัฒนา อนุญาต และเลือกใช้หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน

## เอกสารอ้างอิง

- ลือชา ลดาชาติ1 และ ลฎาภา ลดาชาติ.(2560). ทฤษฎีความผันแปร: อีกมุมมองเกี่ยวกับการเรียนรู้. วารสารศึกษาศาสตร์สาร, 1(2), 37-51.
- ลือชา ลดาชาติ และ หวันบัสรี วาเต็ง. (2555). วิธีการแตกแรงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4: การวิจัยปรากฏการณ์ภาพ. วารสารสงขลานครินทร์ (ฉบับสังคมศาสตร์และมนุษยศาสตร์), 18(2), 193-226.

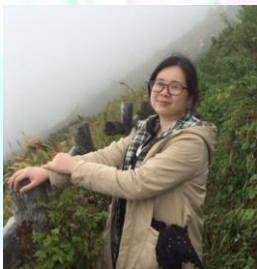
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2554). หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1. (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: องค์การค้ำของ สกสศ.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2558) การศึกษาคณิตศาสตร์ในระดับโรงเรียนไทย: การพัฒนา – ผลกระทบ -ภาวะถดถอยในปัจจุบัน. สืบค้นจาก <https://library.ipst.ac.th/handle/ipst/958>
- สุนีย์ คล้ายนิล. (2546). คณิตศาสตร์ไทยไม่เข้มแข็ง: เพราะอะไร (ตอนที่ 2). นิตยสาร สสวท., 31(126), 3-12.
- สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. (2553). ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- Cai, J. and Nie, B. (2007). Problem Solving in Chinese Mathematics Education: Research and Practice. *ZDM Math Educ*, 39(5), 459-473.
- Gracin, D. G. and Matic, L. J. (2016). The Role of Mathematics Textbooks in Lower Secondary Education in Croatia: An Empirical Study. *Math Educ*, 16(2), 31-58.
- Gu, L., Huang, R., and Marton, F. (2004). Teaching with Variation: A Chinese Way of Promoting Effective Mathematics Learning. In F. Lianghuo, W. Ngai-Ying, C. Jinfa, & L. Shiqi (Eds.). *How Chinese Learn Mathematics: Perspectives from Insiders*. (pp. 309-347). New Jersey: World Scientific.
- Guo, J. and Pang, M. F. (2011). Learning a Mathematics Concept from Comparing Examples: The Importance of Variation and Prior Knowledge. *Eur J Psychol Educ*, 26(4), 495-525.
- Krainer, K. (1993). Powerful Tasks: A Contribution to a High Level of Acting and Reflecting in Mathematics Instruction. *Educ Stud Math*, 24(1), 65-93.
- Kullberg, A., Kempe, U. R., and Marton, F. (2017). What is Made Possible to Learn When Using the Variation Theory of Learning in Teaching Mathematics? *ZDM Math Educ*, doi:10.1007/s11858-017-0858-4.
- Marton, F. (2015). *Necessary Conditions of Learning*. New York: Routledge Falmer.
- Marton, F. and Booth, S. (1997). *Learning and Awareness*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Marton, F., Runesson, U., and Tsui, A. B. (2014). The Space of Learning. In F. Marton and A. B. M. Tsui. (Eds.). *Classroom Discourse and the Space of Learning*. (pp. 3-40). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2016). *PISA 2015: Results in Focus*. Retrieved from <http://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus.pdf>
- Pang, M. F., Marton, F., Bao, J., and Ki, W. W. (2016). Teaching to Add Three-Digit Numbers in Hong Kong and Shanghai: Illustration of Differences in the Systematic Use of Variation and Invariance. *ZDM Math Educ*, 48(4), 455-470.
- Simon, M. A. (1995). Reconstructing Mathematics Pedagogy: From a Constructivist Perspective. *J Res Math Educ*, 26(2), 114-145.

- Sun, X. (2011). "Variation Problems" and Their Roles in the Topic of Fraction Division in Chinese Mathematics Textbook Examples. *Educ Stud Math*, 76(1), 65-85.
- Sun, X. (2013). The Fundamental Idea of Mathematical Task Design in China: Origin and Development. Retrieved from [http://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/files/text\\_chinese\\_variation\\_theory-final-1.pdf](http://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/files/text_chinese_variation_theory-final-1.pdf)
- Von Glasersfeld, E. (1995). *Radical Constructivism: A Way of Knowing and Learning*. New York: Routledge Falmer.
- Yin, R. K. (2014). *Case Study Research: Design and Methods*. California: SAGE Publications.

## ประวัติผู้เขียนบทความ



อาจารย์ ดร. ลือชา ลดาชาติ จบการศึกษาปริญญาเอก จากคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ในสาขาวิทยาศาสตร์ศึกษา ปัจจุบันดำรงตำแหน่ง อาจารย์ วิทยาลัยการศึกษา มหาวิทยาลัยพะเยา มีความเชี่ยวชาญในการจัดการเรียนการสอนวิทยาศาสตร์ การวิจัยเชิงคุณภาพ และธรรมชาติของวิทยาศาสตร์



อาจารย์ ดร. ลฎาภา ลดาชาติ จบการศึกษาปริญญาเอก จากคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ในสาขาวิทยาศาสตร์ศึกษา ปัจจุบันดำรงตำแหน่ง อาจารย์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ มีความเชี่ยวชาญในการจัดการเรียนการสอนวิทยาศาสตร์ การผลิตและพัฒนาคู่มือวิทยาศาสตร์ และธรรมชาติของวิทยาศาสตร์